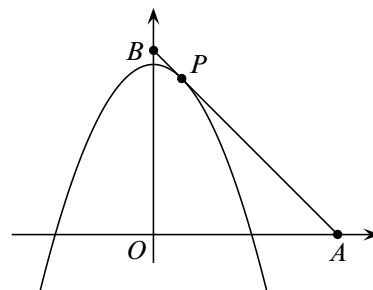


Grado en Física

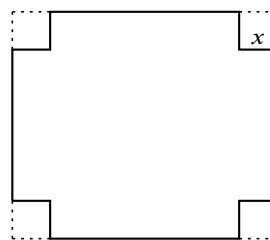
Análisis Matemático I – Evaluación derivadas

1. a) Prueba, usando el teorema de Bolzano, que la función $f(x) = e^x + x^3 - 6x - 2$ se anula en al menos tres puntos del intervalo $[-3, 3]$.
 b) Prueba, usando el teorema de Rolle, que dicha función no puede anularse en más de tres puntos.

2. Calcula un punto $P = (u, v)$, con $u > 0$, de la parábola $y = 3 - x^2$ de forma que el triángulo OAB determinado por la tangente a la parábola en dicho punto y los ejes coordenados tenga área mínima. Justifica que el resultado obtenido es un mínimo absoluto.



3. Se quiere construir una caja sin tapa con una lámina metálica rectangular cortando cuadrados iguales en cada esquina y doblando hacia arriba los bordes. Halla las dimensiones de la caja de mayor volumen que puede construirse de tal modo si los lados de la lámina rectangular miden 12 cm. y 18 cm.



4. Calcula los siguientes límites:

$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1}{1 - \cos x} - \frac{2}{x^2} \right); \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log \left(\frac{\sin x}{x} \right)}{(\log(1 + x))^2}; \quad c) \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{2^x + 3^x}{2} \right)^{1/x}$$

5. Prueba que para todo $x \in] -\pi/2, \pi/2[$ se verifica que

$$\log(\cos x) \leq -\frac{x^2}{2}.$$

¿Cuándo se da la igualdad?